T.C. KIRKLARELİ ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇOKLU KUANTUM TEL YAPISININ DIŞARIDAN UYGULANAN ELEKTRİK ALAN VE LAZER ALANIN ELEKTRONİK ÖZELLİKLERE ETKİSİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Havva UYAR

FİZİK ANABİLİM DALI

FİZİK PROGRAMI

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Mustafa ULAŞ

TEMMUZ 2020

T.C. KIRKLARELİ ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇOKLU KUANTUM TEL YAPISININ DIŞARIDAN UYGULANAN ELEKTRİK ALAN VE LAZER ALANIN ELEKTRONİK ÖZELLİKLERE ETKİSİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Havva UYAR (1168201109)

FİZİK ANABİLİM DALI

FİZİK PROGRAMI

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Mustafa ULAŞ

TEMMUZ 2020

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın yürütülmesi boyunca bana yardım ve katkılarını esirgemeyen danışmanım Dr.Öğr.Üyesi Mustafa ULAŞ'a teşekkür ederim. Ayrıca çalışmam boyunca yardımlarını esirgemeyen Prof. Dr.Şaban AKTAŞ 'a ve emeği geçen Figen KARACA BOZ'a teşekkürlerimi sunarım.

Her aşamada bana destek olan ve ortak çalışmalarda bulunduğum sınıf arkadaşım Irmak DÖNMEZER'e ve ayrıca Sema Yaprak AYDIN'a teşekkür ederim

Desteğini esirgemeyen eşim Serkan UYAR ve benim tezimi bitirmemi sabırla bekleyen oğlum Tuğrul UYAR'A ve beni bu günler getiren annem Ayşe YILMAZ babam Ali YILMAZ, ablam Sevgül SEÇKİN ve abim Serkan YILMAZ'a teşekkürlerimi sunarım.

Temmuz 2020

Havva UYAR FEN BİLİMLERİ ÖĞRETMENİ

İÇİNDEKİLER

<u>Sayfa</u>

ÖNSÖZ	V
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR	viii
ŞEKİL LİSTESİ	ix
ÖZET	xi
SUMMARY	xii
1. GİRİŞ	1
2. DÜŞÜK BOYUTLU YAPILAR	5
2.1 Kuantum Kuyuları	5
2.1.1 Sonsuz kuantum kuyuları	6
2.1.2 Sonlu kuantum kuyuları	
2.2 Kuantum Telleri	
2.2.1 Sonsuz kuantum telleri	
2.2.2 Sonlu kuantum telleri	11
2.3 Kuantum Noktaları	
3. DIŞ ALAN ETKİLERİ	
3.1 Düşük Boyutlu Yapılarda Elektrik Alan Etkisi	
3.2 Düşük Boyutlu Yapılarda Manyetik Alan Etkisi	14
3.3 Düşük Boyutlu Yapılarda Lazer Alan Etkisi	15
4. SAYISAL YÖNTEMLER	
4.1 Varyasyon Yöntemi	17
4.2 Sonlu Farklar Yöntemi	
5. SONUÇLAR	21
KAYNAKLAR	
ÖZGEÇMİŞ	

KISALTMALAR

9*	• Etkin Bohr vari canı
a T	Etkin Doni yan çapı
E	: Elektronun enerjisi
F	: Elektrik alan şiddeti
Н	: Hamiltonyen
K	: Düzeltilmiş Bessel Fonksiyonu
L _B	: Engel genişliği
L_W	: Kuyu genişliği
m*	: Elektronun etkin kütlesi
R *	: Etkin Ryberg enerjisi
V(x)	:X doğrultusunda elektronun gördüğü potansiyel
$V_{DC}(\mathbf{x})$	X doğrultusunda giydirilmiş potansiyel:
λ	: Varyasyon parametresi
Ψ	: Dalga fonksiyonu
α_0	: Lazer alan şiddeti

ŞEKİL LİSTESİ

<u>Sayfa</u>

Şekil 2.1 : Kuantum kuyusunun şematik gösterimi	5
Sekil 2.2 : Sonsuz kuantum kuyusunun sematik gösterimi	6
Sekil 2.3 : Sonlu kuantum kuyusunun sematik gösterimi	8
Sekil 2.4 : Kuantum telinin sematik gösterimi.	10
Sekil 2.5 : Kuantum noktasının şematik gösterimi.	12
Sekil 3.1 : Elektrik alan etkisi altındaki kuantum kuyusunun sematik gösterimi	13
Sekil 4.1 : Dalga fonksivonunun sonlu farklar vöntemi ile gösterimi	18
Sekil 4.2 : Sonlu farklar vönteminin kuantum kuvularına uvgulanısı	. 19
Sekil 5.1 : Cok katmanlı kuantum kuvusunun sematik gösterimi	
Sekil 5.2.a: Bağlanma eneriisinin. farklı elektrik alan değerlerinde ve lazer	
alansız,tel genişliğine göre değisimi	26
Sekil5.2.b :Tel kalınlığının 1.25a* değerinde elektrik ve lazer alansız elektronun	
gördüğü potansiyel profili.	27
Sekil5.2c: Tel kalınlığının 1.25a* değerinde elektrik ve lazer alansız elektronun	
bulunma olasılığı	28
Sekil5.2d: Tel kalınlığının 1.25a* olduğu durumda, elektrik alan 40 kV/cm	
değerinde ve lazer alansız elektronun gördüğü potansiyel profili	.29
Sekil5.2e: Tel kalınlığının 1.25a* olduğu durumda, elektrik alan 40 kV/cm değeri	inde
ve lazer alansız elektronun bulunma olasılığı	.30
Sekil5.3a: Bağlanma enerjisinin, farklı lazer alan değerlerinde ve elektrik alansız,	tel
genişliğine göre değişimi	.31
Sekil5.3b: Tel kalınlığının 1.25a* değerinde elektrik ve lazer alansız elektronun	
gördüğü potansiyel profili	.32
Şekil5.3c: Tel kalınlığının 1.25a* değerinde elektrik ve lazer alansız elektronun	
bulunma olasılığı	33
Şekil5.3d: Tel kalınlığının 1.25a* olduğu durumda, lazer alanın 1 a* değerinde ve	e
elektrik alansız elektronun gördüğü potansiyel profili	.34
Şekil5.3e: Tel kalınlığının 1.25a* olduğu durumda, lazer alanın 1a* değerinde ve	
elektrik alansız elektronun bulunma olasılığı	.35
Şekil5.4a: Bağlanma enerjisinin, farklı tel kalınlık değerlerinde ve lazer alansız,	
elektrik alana göre değişimi	36
Şekil5.4b: Tel kalınlığının 0.50a* değerinde elektrik ve lazer alansız elektronun	
gördüğü potansiyel profili	37
Şekil5.4c:Tel kalınlığının 0.50a* değerinde elektrik ve lazer alansız elektronun	
bulunma olasılığı	38
Şekil5.4d: Tel kalınlığının 0.50a* olduğu durumda, lazer alansız ve elektrik alanı	40
kV/cm değerinde elektronun gördüğü potansiyel profili	.39
Şekil5.4e: Tel kalınlığının 0.50a* olduğu durumda, lazer alansız ve elektrik alanı	40
kV/cm değerinde elektronun bulunma olasılığı	.40
Şekil5.5a: Bağlanma enerjisinin, farklı elektrik alan değerlerinde ve sabit lazer ala	an
etkisinde, tel genişliğine göre değişimi.	41
Şekil5.5b: Tel kalınlığının 1.25a* değerinde lazer alanın 0,25a* değerinde ve	
elektrik alansız elektronun gördüğü potansiyel profili	.42
Şekil5.5.c: Tel kalınlığının 1.25a* olduğu durumda, lazer alanın 0,25a* değerinde	•
ve elektrik alansız elektronun bulunma olasılığı	.43
Şekil5.5d: Tel kalınlığının 1.25a* değerinde lazer alanın 0,25a* ve elektrik alanın	L
40kV/cm elektronun değerinde gördüğü potansiyel profili	.44

ÇOKLU KUANTUM TEL YAPISININ DIŞARIDAN UYGULANAN ELEKTRİK ALAN VE LAZER ALANIN ELEKTRONİK ÖZELLİKLERE ETKİSİ

ÖZET

Üçlü kare kuyu tel sistemine dışarıdan uygulanan elektrik ve lazer alan etkisi altında hidrojenimsi yabancı atom bağlanma enerjisi hesaplandı. Bağlanma enerjisinin dışarıdan uygulanan etkilere duyarlılığı, farklı tel boyutları dikkate alınarak gösterildi. Çoklu kuantum kuyu yapısı GaAs ve Al_xGa_{1-x}As yarıiletken malzemeden oluşturuldu. Uygulanan elektrik alan tel eksenine dik artı x doğrultusunda ve lazer alan tel eksenine paralel negatif z doğrultusunda olacak şekilde seçildi. Hesaplamalarda sonlu farklar nümerik yöntemi kullanıldı. Hesaplamalar sonucu elektron bant enerjilerinin uygulanan alanlar ve tel boyutlarına nasıl bağlı olduğu gösterildi. Bu tür yapıların elektronik özelliklerinin teorik olarak anlaşılması, teknolojik yeni cihazların geliştirilmesi için ekonomik bir yöntemdir.

Anahtar Kelimeler: Üçlü kuantum teli, bağlanma enerjisi, elektrik alan, lazer alan.

THE EFFECT OF ELECTRIC FIELD AND LAZER FIELD ON ELECTRONIC SPECIFICATIONS IN MULTIPLE QUANTUM WIRE STRUCTURE

SUMMARY

Hydrogenic foreign atom binding energy was calculated un dertheeffect of electric and laser field applied externally to the triple square well wire system. The sensitivity of binding energy to externally applied effects was demonstrated by considering different wire sizes. The maltiple quantum well structure was created from GaAsand $Al_xGa_{1-x}As$ semiconductor material. The applied electric field was selected to be perpendicular to the wire positive x-direction and the laser field to be paralel to the wire negative z- direction. In calculations, finite difference numerical method was used. As a result of the calculations, it was shown how the electron band energies depend on the applied fields and wire sizes. Theoretical understanding of the electronic properties of such structures is an economical method for developing new technological devices.

Keywords: Triple quantum well wire, binding energy, electric field, laser field

1. GİRİŞ

İlerleyen teknoloji ile birlikte yüksek saflıkta birçok yarı iletken madde üretilmeye başlamıştır. Yarı iletken teknolojisindeki gelişmeler, ileri düzey katmanlı düşük boyutlu yapıların kolaylıkla yapılabilmesine imkan sağlamıştır. Son nesil teknolojik cihazların önemli parçalarından olan düşük boyutlu yarı iletken yapıların fiziksel ve optik özellikleri son yıllarda birçok bilim insanı tarafından popular bir alan haline gelmiştir. Son yıllarda yapılan çalışmalara göz atacak olursak, çalışmaları aşağıdaki gibi özetleyebiliriz.

1946 yılında Bardeen ve Brattain tarafından yarı iletkenlerle ilgili yüzeye gelen parlak ışıkla ilgili detaylı çalışmalar yapılmaya başlandı. Elektrik devreleri için çığır açan buluş transistörlerin keşfedilmesi, 1947 yılında Bell fizik laboratuarında katıların fiziği üzerine temel araştırma programında ortaya çıkmıştır. İki farklı transistörün bir araya gelerek nokta temas transistorü büyük bir deneysel başarıyla bulundu. Bu çalışma ticari bir amaç taşımıyordu [1]. William Shockley'in üzerinde çalıştığı kavşak transistör birçok gelişmenin temelini oluşturduğu gibi ticari başarılar elde etti [2].

1962 yılında Robert N. Hall ve arkadaşları Galyum Arsenit(GaAs) maddesinden salınan kızıl ötesi ışınları inceledi, böylelikle yarı iletken lazer cihazı elde edildi. Anderson ve arkadaşları tarafından birbirinden farklı iki yarı iletken kullanılarak oluşturulan çoklu heteroyapılar geliştirildi [3].

Birden fazla yarı iletken yardımıyla heteroyapıların oluşturulması ve deneysel büyütme yöntemleri kullanılarak 10⁻⁶ cm'den daha küçük yapılar hakkında hem optik hem de elektronik özellikler hakkında bilgi sahibi olmamız sağlandı. Moleküler ışın epiteksi (MBE) ,sıvı faz epitaksi (LPE), buhar faz epitaksi (VBE) ve moleküler kimyasal buhar depolama (MOCVD) yöntemler kullanılarak düşük boyutlu (elektronun serbastlik derecesinin sınırlandırıldığı) kuantum kuyuları, kuantum teller ve kuantum noktaları üretmek mümkün oldu [4].

Yarı iletken düşük boyutlu yapıların temel birimlerini kuantum kuyuları kuantum teller ve kuantum noktaları oluşturmaktadır. Yarı iletken malzamalerin elektrik özelliklerinin kuantum fiziği ile açıklanabilir olması günümüzdeki hayatımızı rahatlatan nanoteknolojil cihazların gelişimini sağlamıştır [5].

1992 yılında Masale, yarıiletken kristallerden oluşturulmuş kuantum sistemlerin eksenel uygulanan manyetik alanın, elektronun azimuthal kuantum sayılarına göre değişkenliğini incelemiştir. Yarı iletken kristal yapılardan oluşturulmuş sisteme uygulanan manyetik alan, yapının içinde bulunduğu elektronik seviyelerin boyutluluğunu değiştirdiğini ve bu durum yoğunluklarında yeni dağılıma yol açtığını vurgulamıştır [6].

Ulaş 1997 yılında yaptığı çalışmasında kuantum telinde yabancı atom bağlanma enerjisinin hem uygulana dış elektrik alana hem de kuantum teli duvarlarının konumuna bağlı olduğunu göstermiştir [7].

Aktaş 1998 yılında yaptığı çalışmasında dış manyetik alan etkisinin iletim durumunda bulunan iki boyutlu bir yapının hassas bir şekilde karakterize edilmesi için yöntemler geliştirmiştir [8].

Ulaş ve arkadaşları kuantum tellerine dışarıdan elektrik alan uygulamış ve hidrojenik ve nonhidrojenik bağlanma enerjilerini incelemiştir [9].

Özkapı hidrojenik nonhidrojenik bağlanma enerjilerini daire ve sonlu kare kesitli kuantum tellerinde incelemiştir. Bu incelemeyi yaparken yabancı atomu da hesaba katarak enerjiyi kuantum tel genişliği, elektrik alan ve alüminyum yoğunluğunu fonksiyonu olarak araştırmıştır [10].

Bilekkaya ve arkadaşları kuantum tellerinin bağlanma enerjisini varyasyon yöntemini kullanarak hesaplamıştır, aynı zamanda sonlu farklar yöntemini de kullanarak farklı kuantum teller için elektrik alan ve manyetik alan uygulayarak taban durum enerjisini hesaplamıştır [11].

Burileanu ve arkadaşları silindirik kuantum teli üzerindeki çalışmalarında THz lazer alanın optik özelliklere etkisini incelemiştir [12]. Niculescu ve arkadaşları farklı geometrik yapılardaki kuantum kuyu ve tellerine yüksek frekanslı lazer ışığı uygulamışlar ve yapının içinde bulunan bir elektronun elektronik özelliklerini incelemişlerdir [13]. Yavuz, sonlu farklar yöntemini kullanarak sonlu potansiyel kuantum kuyusuna hapsedilmiş elektrona dışarıdan lazer uygulayarak kuyu potansiyelinin değiştiğine ve buna bağlı olarak da elektronun bulunma dağılım olasılığının da değiştiğini gözlemlemiştir [14].

Güneri, kuantum kuyularında hidrostatik basıncın elektrik alan, manyetik alan ve lazer alanların etkisinde enerji değişimini araştırmıştır [15].

Bekar, farklı geometrilere sahip kuantum tellerine lazer alan etkisinde elektronik ve optik özellikleri üzerinde çalışmıştır [16].

Literatürde yapılan çalışmalarda da görüldüğü gibi, düşük boyutlu yapılara dışarıdan uygulanan manyetik alanın, elektrik alanın, lazer alanın etkileri vardır. Biz bu çalışmamızda parçacığın iki boyutta sıkıştırıp diğer boyutta serbest bıraktığımız kuantum teli üzerine dışarıdan uygulanan lazer alan ve elektrik alanın elektronik özelliklere etkilerini sonlu farklar yöntemini nümerik olarak Fortran Programlama dilini kullanarak kullanarak incelemeyi amaçladık.

2. DÜŞÜK BOYUTLU YAPILAR

Düşük boyutlu yapılar dediğimiz zaman ilk ifade edilmesi gereken kuantum kuyuları, kuantum telleri, ve kuantum noktalarıdır. Burada boyut dediğimiz yük taşıyıcılarının yani elektronun serbest olarak dolaşacağı yön sayısıdır. Parçacığın hareketini tek boyutta sınırlandırıp diğer boyutlarda serbest bırakırsak kuantum kuyusu, iki boyutta sınırlandırıp diğer boyutta serbest bırakırsak kuantum teli, üç boyutta da sınırlandırırsak kuantum noktaları elde ederiz.

2.1 Kuantum Kuyuları

Parçacığın hareketini tek boyutta sınırlandırıp diğer boyutlarda serbest bırakırsak kuantum kuyularını elde ederiz. Kuantum kuyuları oluşturulurken iki yarı iletken tabakanın arasına farklı tür yarı iletken tabaka yerleştiririz. Genellikle kuantum kuyuları oluşturulurken GaAs ve $Al_xGa_{1-x}As$ yarı iletken malzeme kullanılır.

 $Ga_{1-x}Al_x$ As/GaAs/ $Ga_{1-x}Al_x$ As kuantum kuyularına örmek olarak verilebilir. Burada x alüminyumun katkı miktarını belirler.



Şekil 2.1: Kuantum kuyusunun şematik gösterimi.

Kuantum kuyuları elektronun hapsedildiği duvarın yüksekliğine göre ikiye ayrılır. Sonlu kuantum kuyusu ve sonsuz kuantum kuyusu olmak üzere iki şekilde incelenir. Bu potansiyel yükseklikler Alüminyum (Al) konsantrasyonu (x) ile belirlenir.

2.1.1 Sonsuz kuantum kuyusu

Sonsuz kuantum kuyusunda elektronun hapsedildiği duvarın yüksekliği x'i 1 seçersek sonsuz kabul edilir. (AlAs/GaAs/AlAs)



Şekil 2.2: Sonsuz kuantum kuyusu şematik gösterimi.

Sonsuz kuantum kuyusuna hapsedilmiş bir parçacığın potansiyel fonksiyonu aşağıdaki gibidir

$$Vx = \begin{cases} 0 & , -L/2 \le x \le L/2 \\ +\infty & , & di ger yerler de \end{cases}$$
(2.1)

Fonksiyonu verilen m kütleli parçacığı ele alalım, sonsuz yüksekliğe sahip kuyunun içindeki parçacığın kuyu dışında olma olasılığı sıfırdır. Yani parçacığın I. bölge ve III. bölgede Ψ (dalga fonksiyonu) sıfıra eşit olur.

$$\Psi_I = 0 \ ve \ \Psi_{III} = 0$$
 'dır dır.

Parçacık II. Bölgede bulunduğundan bu bölge için çözüm yaparız. Sonsuz potansiyel kuyu içindeki parçacığın Hamiltonyeni'ni aşağıdaki gibi yazabiliriz,

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{\partial^2\Psi(x)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x) = E\Psi(x)$$
(2.2)

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{\partial^2\Psi(x)}{\partial x^2} = E\Psi(x)$$
(2.3)

elde edilir. $k^2 = \frac{2m^*E}{\hbar^2}$ dönüşümü yapılırsa, Schrödinger dalga fonksiyonunun çözümünden elde edilen dalga fonksiyonu

$$\Psi(\mathbf{x}) = \mathbf{A} \cos(\mathbf{k}\mathbf{x}) + \mathbf{B} \sin(\mathbf{k}\mathbf{x})$$
(2.4)

şeklinde olur. Burada A ve B normalizasyon sabitidir. Sınır şartlarını uygularsak parçacığın enerjisini

$$\operatorname{En}=\frac{\pi\hbar^2}{2m^*L^2}n^2\tag{2.5}$$

olarak buluruz. Bu denklemde m* ile ifade edilen parçacığın etkin kütlesidir. n= 0,1,2,3.... ise kuantum sayılarıdır. n için tek ve çift çözümler için dalga fonksiyonu;

$$\Psi n^+(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \qquad \text{n tek} \qquad (2.6)$$

$$\Psi n^{-}(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \qquad \text{n cift} \qquad (2.7)$$

şeklinde olur [10].

2.1.2 Sonlu kuantum kuyusu

Bu şekildeki kuantum kuyularının duvarları sonsuz değildir. Duvarların sonlu bir Vo değeri aldığı göz önünde bulundurulur. I. ve II. bölgedeki Alüminyum konsantrasyonları ayarlanarak elde edileblir. (x<1)



Şekil 2.3: Sonlu kuantum kuyusunun şematik gösterimi.

Sonlu kuantum kuyusundaki parçacığın potansiyel fonksiyonu aşağıdaki gibidir,

$$Vx = \begin{cases} 0 & , -L/2 \le x \le L/2 \\ Vo & , & di ger yerler de \end{cases}$$
(2.8)

Sonlu kuantum kuyusu içindeki parçacık için Hamiltonyen

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{dx^2} + V(x)$$
(2.9)

şeklinde olur. Bu Hamiltonyenden yola çıkarak sonlu kuantum kuyusunun üç bölgesinde de schrödinger denkleminin çözümü bulunur. Schrödinger denklemimiz

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{\partial^2\Psi(x)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x) = E\Psi(x)$$
(2.10)

dir. Schrödinder denklemini düzenlersek

-

$$-\frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2} - (V(x) - E)\frac{2m^*}{\hbar^2}\Psi(x) = 0$$
(2.11)

şeklinde yazılır. I. Bölge için V(x)=Vo için dalga fonksiyonu;

$$\Psi_1(x) = A \exp(k_1 x) \tag{2.12}$$

şeklinde olur. Bu denklemde kı sabiti $k_1^2 = \frac{2m^*}{\hbar^2}(Vo - E)$ şeklinde tanımlanır.

II. Bölge için V(x)=0 dır. Bu bölge için dalga fonksiyonu

$$\Psi u(x) = C \cos(k_2 x) + D \sin(k_2 x)$$
(2.13)

şeklinde olur. Bu denklemde k_2 sabiti $k_2^2 = \frac{2m^*E}{\hbar^2}$ şeklindedir.

III. Bölgede ise V(x)=Vo'dır.

III. Bölge için dalga fonksiyonu

$$\Psi_{uu}(x) = B \exp(-k_1 x) \tag{2.14}$$

şeklinde olur. Buradaki k_1 ise $k_1^2 = \frac{2m^*}{\hbar^2}(Vo - E)$ şeklindedir. Yukarıdaki denklemlere sınır şartlarını uygularsak tek ve çift durumlar için dalga fonksiyonlarını aşağıdaki gibi buluruz. I. Bölge, II. Bölge, III. Bölge de çift pariteli durum için dalga fonksiyonu;

$$\Psi cift(x) = \begin{cases} C \exp\left(\frac{k_1 L}{2}\right) \cos k_2 L/2) exp(k_1 x) & -\infty < x < -L/2 \\ C \cos(k_2 x) & -L/2 \le x \le L/2 \\ C \exp\left(\frac{k_1 L}{2}\right) \cos k_2 L/2) exp(-k_1 x) & L/2 < x < \infty \end{cases}$$

$$(2.15)$$

I. Bölge, II. Bölge, III. Bölge de tek pariteli durum için dalga fonksiyonu;

$$\Psi \operatorname{tek}(\mathbf{x}) = \begin{cases} -D \exp\left(\frac{k_1 L}{2}\right) \sin k_2 L/2) \exp(\mathbf{k}_1 x) & -\infty < x < -L/2 \\ D \sin(k_2 x) & -L/2 \le x \le L/2 \\ D \exp\left(\frac{k_1 L}{2}\right) \sin L/2) \exp(-\mathbf{k}_1 x) & L/2 < x < \infty \end{cases}$$

$$(2.16)$$

2.15 ve 2.16 denklemlerdeki C ve D sabitleri normalizasyon katsayılarıdır [17].

2.2 Kuantum Telleri

Kuantum tellerinde parçacık iki yönde sınırlandırılıp bir yönde serbest bırakılır. Şekil 2.4 te görüldüğü gibi parçacık x ve y yönlerinde hapsedilmiş z yönünde serbest bırakılmıştır.



Şekil 2.4: Kuantum telinin şematik gösterimi.

Kuantum teller sonlu (alüminyun konsantrasyonu x<1) ve sonsuz (alüminyun konsantrasyonu x=1) kuantum teli olmak üzere ikiye ayrılır.

2.2.1 Sonsuz kuantum teli

Sonsuz kuantum tellerinde potansiyel engeli sonsuzdur. Bu durumda parçacığın tel dışında bulunma olasılığı yoktur. Şekil 2.4 teki gibi bir kuantum telini inceleyelim. Lx, telin x yönündeki genişliği ve Ly, telin y yönündeki genişliğidir. Sonsuz kuantum teli için potansiyel fonksiyonu

$$V(x,y) = \begin{cases} 0, & |x| \le Lx/2, |y| \le Ly/2\\ \infty, & |x| > Lx/2, |y| > Ly/2 \end{cases}$$
(2.17)

şeklinde olur. Kuantum tel içindeki elektronun Hamiltonyeni

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2} \right) \Psi o(x, y, z) = E o \Psi o(x, y, z)$$
(2.18)

şeklinde olur. Elektronumuz x ve y yönünde sınırlandırılmış, z yönünde serbest olduğu için z yönünde hareket eder bu yüzden dalga fonksiyonu

$$\Psi o(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = \Psi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Psi(\mathbf{z})$$
(2.19)

şeklinde alırız ve Schrödinger denkleminin çözümü

$$\Psi o(x, y, z) = Acos(\frac{\pi}{Lx}x) \cos\left(\frac{\pi}{Ly}y\right) \exp\left(ik_z z\right)$$
(2.20)

Şeklinde bulunur. Bu denklemde A ile gösterilen normalizasyon katsayısıdır [17].

2.2.2 Sonlu kuantum teli

Sonlu kuantum tellerinde potansiyel engel sonsuz kuantum telindeki gibi sonsuz değildir. Burada engel Vo gibi bir değer alır. Engelin Vo gibi değer aldığı durumlarda parçacığın tel dışında bulunma olasılığı da vardır. Sonlu kuantum telini inceleyecek olursak, sonlu kuantum telinin potansiyel fonksiyonu

$$V(x,y) = \begin{cases} 0, & |x| \le Lx/2 & , |y| \le Ly/2 \\ Vo, & |x| > Lx/2 & , |y| > Ly/2 \end{cases}$$
(2.21)

şeklinde olur. Sonlu kuantum teli için Schrödinger denklemini

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Psi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \mathbf{V}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Psi(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = \mathbf{E} \Psi(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$$
(2.22)

şeklinde yazarız. Schrödinger denklemini çözdükten sonra dalga fonksiyonu

$$\Psi_{O}(x,y) = No \begin{cases} exp(k_{2}(x+y)) & x < -Lx/2, \quad y < -Ly/2\\ \cos(k_{1}x)\cos(k_{1}y) & -Lx/2 \le x \le Lx/2, \ -Ly/2 \le y \le Ly/2\\ exp(-k_{2}(x+y)) & Lx/2 < x, \ Ly/2 < y \end{cases}$$
(2.23)

şeklinde bulunur. Bu denklemde No normalizasyon sabitidir. k_1 ve k_2 sabitlerdir.

$$k_1^2 = \frac{2m^*Eo}{\hbar^2}$$
 ve $k_2^2 = \frac{2m^*(Vo-Eo)}{\hbar^2}$ 'dir. Lx=Ly=L alinmiştir [10].

2.3 Kuantum Noktaları



Şekil 2.5: Kuantum noktasının şematik gösterimi.

Kuantum noktalarında taşıyıcı üç boyutta sınırlandırılır. Şekil 2.5 te görüldüğü gibi elektron x,y ve z yönlerinde sınırlandırılmıştır. Lx, telin x yönündeki genişliği, Ly, telin y yönündeki genişliği ve Lz, telin z yönündeki genişliğidir. Buradaki kuantum noktası için potansiyel fonksiyonu

$$V(x, y, z = \begin{cases} 0, & |x| \le Lx/2 , & |y| \le Ly/2, & |z| \le Lz/2 \\ \infty, & |x| > Lx/2 , & |y| > Ly/2, & |z| > Lz/2 \end{cases}$$
(2.24)

şeklindedir. Kuantum noktası içine hapsedilen parçacık için schrödinger denklemi

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Psi o(x, y, z) = Eo\Psi o(x, y, z)$$
(2.25)

şeklindedir. Elektronun üç boyutta da sınırlandırıldığını göz önüne alırsak dalga fonksiyonu

$$\Psi o(x, y, z) = \cos\left(\frac{\pi}{Lx}x\right)\cos\left(\frac{\pi}{Ly}y\right) \ \cos\left(\frac{\pi}{Lz}z\right)$$
(2.26)

şeklinde bulunur [18]. Denklemdeki A normalizasyon katsayısıdır.

3. DIŞ ALAN ETKİLERİ

3.1. Düşük Boyutlu Yapılara Elektrik Alan Etkisi



Şekil 3.1: Elektrik alan etkisi altındaki kuantum kuyusunun şematik gösterimi.

Düşük boyutlu yapılara elektrik alan uygulanması ile elektronun gördüğü potansiyel dağılımında değişmelere ve buna bağlı olarak enerji durumlarında kaymalara neden olur. Düşük boyutlu yapılara x doğrultusunda elektrik alan etki ettiğinde;

$$V_F(x) = -\int F dx = eFx \tag{3.1}$$

$$H^F = |e|Fx \tag{3.2}$$

Hamiltonyene 3.1 de olduğu gibi bir elektrik alan terimi eklenir. Bu denklemde 'e' ile gösterilen elektronun yükünü 'F' ile gösterilen ise x yönünde uygulanan düzgün elektrik alan şiddetidir. Numerik hesaplarda elektriksel potansiyel enerji çok küçük ve büyük hesaplamalardan kaçınmak için etkin Bohr yarıçapı boyutunda ve enerjileri etkin Ryberg enerji biriminde alırsak, elektrik alandan elektronun gördüğü potansiyele gelen ek terim,

şeklinde alınır. Bu denklemde

$$\eta = \frac{IeI a^{x}F}{R^{*}} = \frac{a^{*}F \ 0.001}{R^{*}} = \frac{F}{5,83}$$
(3.4)

dir. Burada F'nin birimi kV/cm biriminde alınmıştır. Bohr yarıçapı $a^* = \frac{\hbar^2 \varepsilon}{m^* e^2}$ uzunluk birimi, Ryberg enerjisi $R^* = \frac{\hbar^2}{2m^* a^{*2}}$ ise enerji birimi olarak verilmiştir. $a^* \cong 100$ Å ve R* $\cong 5.83$ meV'dir. Burada ε ile gösterilen kristelin di elektrik sabiti, m* ile gösterilen ise elektronun etkin kütlesidir [5,18].

Schrödinger denklemine uygulanılırsa;

$$\left[-\frac{d^2}{dx^2} + V_F(x) + V(x)\right] \Psi_n^F(x) = E_n^F \Psi_n^F(x)$$
(3.5)

Elektrik alandan gelen potansiyeli eklersek,

$$\left[-\frac{d^2}{dx^2} + eFx + V(x)\right]\Psi_n^F(x) = E_n^F \Psi_n^F(x)$$
(3.6)

şeklinde olur. . $\eta = \frac{a^* F \ 0.01}{R^*}$ dönüşümü yapılırsa;

$$\left[-\frac{d^2}{dx^2} + \eta x + V(x)\right] \Psi^F{}_n(x) = E^F{}_n \Psi^F{}_n(x)$$
(3.7)

elde edilir [22].

3.2 Düşük Boyutlu Yapılarda Manyetik Alan Etkisi

Düşük boyutlu yapılara manyetik alan uygulanması elektronik seviyelerin boyutluluğunu değiştirir ve durum yoğunluklarında yeni bir dağılıma neden olur [6]. Düşük boyutlu yapıya düzgün bir manyetik alan uygularsak hamiltonyenimiz

$$H = \frac{1}{2m^*} \left[\vec{P} + \frac{|e|}{c} \vec{A} \right]^2 + V(r)$$
 (3.8)

şeklinde olur. Burada \vec{A} ile gösterilen manyetik alanın vektör potansiyeli \vec{P} ile gösterilen momentumdur.

3.3 Düşük Boyutlu Yapılarda Lazer Alan Etkisi

Lazer alan konumun ve zamanın bir fonksiyonudur. Bu özelliği ile kuantum kuyusuna etkileri elektrik alandan farklıdır, çünkü elektrik alan konumun fonksiyonudur [19]

Elektrik alanın çözümünü yaparken zamandan bağımsız schrödinger denklemini kullanıyorduk. Lazer alan hem konumun hem de zamanın fonksiyonu olduğu için zamana bağlı Schrödinger denklemini kullanacağız.

Schrödinger denklemi

$$\left[\frac{(\vec{p}+e\vec{A})^2}{2m^*} + V(x)\right]\Psi(r,t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(r,t)$$
(3.9)

şeklindedir. Burada 'e' ile gösterilen elektron yükü \vec{A} ile gösterilen vektör potansiyeli, m* ile gösterilen ise etkin kütledir.

3.9 denklemimizi açık bir şekilde yazarsak denklemimizin son hali

$$\left[\frac{p^2}{2m^*} + \frac{2e\vec{p}.\vec{A}}{2m^*} + \frac{e^2A^2}{2m^*} + V(x)\right]\Psi(r,t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(r,t)$$
(3.10)

şeklini alır.

Lazerden gelen katkı terimini potansiyel enerji terimi içine almak için $\Psi(\mathbf{r},t) \stackrel{U}{\Rightarrow} \Phi(\mathbf{r},t)$ dönüşümünü yaparız.

$$\Psi(\mathbf{r},\mathbf{t}) = \mathbf{J}\phi(\mathbf{r},\mathbf{t}) \tag{3.11}$$

3.11 denkleminde J ile gösterilen dönüşüm operatörüdür.

$$\mathbf{J} = e^{\left(i\frac{e}{m}\int_{\infty}^{t}dt'A(t')\frac{\partial}{\partial z} - i\frac{e^{2}}{2\hbar m}\int_{\infty}^{t}dt'A^{2}(t')\right)}$$
(3.12)

dir.

$$(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - H)J = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - H'$$
(3.13)

$$H' = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + Vx(x + \alpha_o \cos(wt))$$
(3.14)

3.12 denkleminde $Vx(x + \alpha_o \cos(wt))$ ile gösterilen potansiyel enerji üzerine lazer etkisinin giydirilmiş halidir.

$$Vx(x + \alpha_o \cos(wt)) \cong V_{DC}(x, \alpha_0)$$
(3.15)

$$\alpha_0 \cos(wt) = \alpha(t) \tag{3.16}$$

$$\alpha_0 = \frac{eA_0}{m^*w} \tag{3.17}$$

Yukarıda adı geçen sabitler bu şekildedir. W=2 π f , m*=0,067 m_0 , m_0 = 9,11 * $10^{-31}kg$ =511keV/ c^2 , e=1.6 * $10^{-19}C$ [17].

$$V_{DC}(x,\alpha_0) = V(x + \alpha(t)) = \frac{w}{2\pi} \int_0^{2\pi/w} V(x + \alpha(t)) dt \cong \frac{Vo}{2\pi} \arccos\left(\frac{\frac{L}{2} - |x|}{\alpha_0}\right)$$
(3.18)

Denklemimizin son hali

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V_{DC}(x,\alpha_0)\right]\phi(x) = E\phi(x)$$
(3.19)

şeklinde olur. Bu eşitliği çözmek için sonlu farklar yöntemi kullanılır, çünkü bu eşitliğin çözümü yapılamamaktadır [14].

4. SAYISAL YÖNTEMLER

Düşük boyutlu yapılarla ilgili problemlerde ilk çözülmesi gereken denklem schrödinger dalga denklemidir. Denklemi analitik olarak çözmek bazen çok zor bazen de imkansız olabiliyor. Bu yüzden schrödinger denklemini çözmek için farklı sayısal yöntemlere başvururuz.

4.1 Varyasyon Yöntemi

Bu yöntemde tahmin ettiğimiz dalga fonksiyonunu geliştirmeyi ve taban durum enerjimizi minimize edip geliştirmeyi amaçlamaktadır. Varyasyon yöntemini özdeğer problemlerine uygulayabiliriz.

Hamilyonyenin özdeğerleri ve özvektörleri sırasıyla ' E_n ' ve ' U_n ' olsun. Taban durumu için

$$HU_0 = E_0 U_0 \tag{4.1}$$

dir. İşlem uygulayacağımız (varyasyon) sistemin herhangi bir Ψ durumunda hamiltonyenin beklediğimiz değeri için 4.2 'deki eşitlik yazılır.

$$E = \langle H \rangle = \frac{\langle \Psi | H | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \ge E_0$$
(4.2)

Paydanın bire eşit olması Ψ fonksiyonunun normlandığını gösterir. $\Psi=U_0$ olması durumunda 4.2 deki eşitlik mümkün olur. Tüm Ψ durumları $\{U_i\}$ özvektörlerinin süper pozisyonu olarak yazılabileceğinden

$$\Psi = \sum_{i}^{\infty} c_{i}U_{i} \qquad \sum_{c} Ic_{i}I^{2} = 1 \quad \text{(normlanmiş } \Psi \text{ durumu)}$$

$$E = (\Psi, H\Psi) = \sum_{i} \sum_{i} c_{i}^{*}c_{j}(U_{i}, HU_{i})$$

$$= \sum_{i} \sum_{i} c_{i}^{*}c_{j}E_{i}(U_{i}, U_{i}) = \sum_{i} \sum_{i} c_{i}^{*}c_{j}E_{i}\delta_{ij}$$

$$= \sum_{i} c_{i}^{*}c_{i}E_{i} = \sum_{i} Ic_{i}^{2}IE_{i} \qquad (4.3)$$

şeklinde yazılır. Taban durumu enerjisi diğer durumlardan küçük enerjiye sahiptir($E_i \ge E_0$). Bunun için serimizin tüm terimlerine E_i yerine E_0 yazarız. Böylece eşitliğimizin sağ tarafını küçültmüş oluruz.

$$E \ge \sum_{i} Ic_i I^2 E_0 = E_0 \sum_{i} Ic_i I^2$$
(4.4)

 $E \ge E_0$

Yukarıdaki eşitliğe göre E değerini ne kadar aşağı çekersek taban durumuna o kadar yaklaşırız. Seçtiğimiz Ψ deneme dalga fonksiyonu λ parametresine bağlıysa, E değeri λ parametresine göre minimize edilerek taban durumuna yaklaşır. (H)'nin mümkün olan en küçük değerini alıncaya kadar bu değişken değiştirilir.

$$\Psi = \Psi(\vec{r}, \lambda)$$

$$E(\lambda) = \frac{\langle \Psi | H | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle}$$
(4.5)

$$\frac{\partial E}{\partial \lambda} = 0$$

 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n)$ gibi birden çok parametreyle bu yöntemi daha genel olarak uygulayabilliriz [5,20,21].

4.2 Sonlu Farklar Yöntemi

Son yıllarda oldukça tercih edilen bir yöntemdir. Tercih edilmesinin nedeni analitik olarak çözemediğimiz bazı diferansiyel denklemlerinin çözümlerini yaklaşık olarak bulmamızı sağlamasıdır. Sonlu farklar yöntemi uygularken farklar tablosu kullanırız.



Şekil 4.1: Dalga fonksiyonunun sonlu farklar yönteminde gösterimi.

$$\frac{d\Psi}{dx} = \frac{\Delta}{\Delta} \frac{\Psi}{x} = \frac{\Psi_{i+1} - \Psi_i}{x_{i+1} - x_i} + \cdots$$
(4.6)

Denklem 4.6 da gösterildiği gibi ileri farkları belli bir yerde sonlandırdık. Bu ifadeyi farklı bir nokta alıp yazarsak

$$\frac{d\Psi}{dx} = \frac{\Delta}{\Delta} \frac{\Psi}{x} = \frac{\Psi_i - \Psi_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}$$
(4.7)

şeklinde olur. İkinci dereceden yazarsak;

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{d\Psi}{dx} \right) = \frac{\Delta}{\Delta x} \left(\frac{d\Psi}{dx} \right)$$
(4.8)

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = \frac{\Psi_{i-1} - 2\Psi_i + \Psi_{i+1}}{\Delta x^2}$$
(4.9)

şeklinde olur.



Şekil 4.2: Sonlu farklar yönteminin kuantum kuyularına uygulanışı.

Kuantum kuyu çözümleri için

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*}\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + [V(x) - E]\Psi(x) = 0$$
(4.10)

4.10 denkleminin a*, R* birimlerini kullanarak yazarsak

$$-\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + [V(x) - E]\Psi(x) = 0$$
(4.11)

denklemini elde ederiz. Çözüme geçmek için kuantum kuyusunu dx eşit aralıklarıyla (i=1,2,3,..... n-1,n) eşit parçaya ayırırız. i.nokta için 4.9 denkleminde elde ettiğimiz ikinci türev ifadesini schrödinger denkleminde yerine yazarsak

$$-\frac{\Psi_{i-1}-2\Psi_i+\Psi_{i+1}}{dx^2} + [V(x_i) - E]\Psi_i = 0$$
(4.12)

elde edilir. 4.12 denklemi her nokta için (i=1,2,3,..... n-1,n) için yazarız.

i=1 için

$$-\frac{\Psi_0 - 2\Psi_1 + \Psi_2}{dx^2} + [V(x_1) - E]\Psi_1 = 0$$
(4.13)

şeklinde olur ve bu denklemi düzenlersek

$$-\frac{1}{dx^2}\left[(-2 - V(x_1)dx^2)\Psi_1 + \Psi_2\right] = E\Psi_1$$
(4.14)

şeklinde olur.

i=2 için

$$-\frac{1}{dx^2}\left[(\Psi_1 - (2 + V(x_2)dx^2)\Psi_2 + \Psi_3)\right] = E\Psi_2$$
(4.15)

i=3 için:

$$-\frac{1}{dx^2} \left[\Psi_2 - (2 + V(x_3)dx^2)\Psi_3 + \Psi_4 \right] = E\Psi_3$$
(4.16)

- -

şeklinde devam eder. N tane nokta için n tane denklem yazarız. Diğer i noktaları için aynı denklemleri oluşturup, bütün bu denklemleri matris şeklinde yazarsak

$$-\frac{1}{dx^{2}} \left(\begin{array}{ccccc} (-2 - V(x_{1})dx^{2} & 1 & 0 & 0 & \cdots \\ 1 & -2 - V(x_{2})dx^{2} & 1 & 0 & \cdots \\ 0 & 1 & -2 - V(x_{3})dx^{2} & 1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots \\ \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \Psi_{1} \\ \Psi_{2} \\ \Psi_{3} \\ \vdots \\ \Psi_{n} \end{array} \right) = E \left(\begin{array}{c} \Psi_{1} \\ \Psi_{2} \\ \Psi_{3} \\ \vdots \\ \Psi_{n} \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \Psi_{1} \\ \Psi_{2} \\ \Psi_{3} \\ \vdots \\ \Psi_{n} \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \Psi_{1} \\ \Psi_{2} \\ \Psi_{3} \\ \vdots \\ \Psi_{n} \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \Psi_{1} \\ \Psi_{2} \\ \Psi_{3} \\ \vdots \\ \Psi_{n} \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \Psi_{1} \\ \Psi_{2} \\ \Psi_{3} \\ \vdots \\ \Psi_{n} \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \Psi_{1} \\ \Psi_{2} \\ \Psi_{3} \\ \vdots \\ \Psi_{n} \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \Psi_{1} \\ \Psi_{2} \\ \Psi_{3} \\ \vdots \\ \Psi_{n} \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \Psi_{1} \\ \Psi_{2} \\ \Psi_{3} \\ \vdots \\ \Psi_{n} \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \Psi_{1} \\ \Psi_{2} \\ \Psi_{3} \\ \vdots \\ \Psi_{n} \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \Psi_{1} \\ \Psi_{2} \\ \Psi_{3} \\ \vdots \\ \Psi_{n} \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \Psi_{1} \\ \Psi_{2} \\ \Psi_{3} \\ \vdots \\ \Psi_{n} \end{array} \right)$$

4.17 deki matrisi çözersek enerji özdurumlarını (En) ve dalga vektörlerini (Ψn) buluruz [5,18,22].

5. SONUÇLAR



Şekil 5.1: Çok katmanlı kuantum kuyusunun şematik gösterimi.

Mavi renkli kısımlar Al_x Ga_{1-x} As, kırmızı taraflı kısımlar GaAs yarı iletkenleridir. Buradaki x Al konsantrasyonudur. Şekil 5.1 de şematik şekli verilen kare kesitli GaAs/Al_xGa_{1-x}As üçlü kuantum teli içindeki bir elektronun, etkin kütle yaklaşımı altında Hamiltonyen'i

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] + V(x, y) + |e|Fx$$
(5.1)

ile verilir. Burada F dışarıdan uygulanan elektrik alan şiddeti, m^* elektronun indirgenmiş kütlesi, e ise elektronun yüküdür. Denklemdeki V(x,y) ise elektronun bu yapı içerisindeki x ve y yönünde hareket ederken ki gördüğü potansiyeldir.

$$V(x,y) = \begin{cases} 0 & -\frac{3L_W}{2} - L_B < x < -\frac{L_W}{2} - L_B & |y| < \frac{L_W}{2} \\ 0 & -\frac{L_W}{2} < x < \frac{L_W}{2} & |y| < \frac{L_W}{2} \\ 0 & \frac{L_W}{2} + L_B < x < \frac{3L_W}{2} + L_B & |y| < \frac{L_W}{2} \\ V_0 & Diğeryerlerde \end{cases}$$
(5.2)

Bu üçlü kuantum tel yapısına –z doğrultusunda ve x yönünde polarize olmuş dışarıdan yüksek frekanslı lazer alanı uygulandığında Hamiltonyen denklemi, etkin Rydberg R^{*} = (m^{*}e⁴/2 $\epsilon_0^2\hbar^2$) ve etkin Bohryarıçapı a^{*} = ($\mathcal{E}_0\hbar^2/m^*e^2$) boyutunda aşağıdaki gibi olur.

$$H = -\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right] + V_{DC}(x, y, \alpha_0) + \eta x$$
(5.3)

Burada $\eta = |e|a^*F(\frac{kV}{cm})R^*$ ile verilir. V_{DC} ise dışarıdan uygulanan yüksek frekanslı lazerin potansiyel profili üzerindeki değişikliği betimleyen giydirilmiş potansiyel olarak isimlendirilir. Buradaki $\alpha(t) = \alpha_0 \cos(wt)$ uygulanan lazerin zamana göre değişimini, $\alpha_0 = \frac{eA_0}{m^*w}$ ise lazerin şiddetini betimleyen parametredir, A_0 uygulanan lazerin genliği, w ise uygulanan lazerin frekansıdır. Yapıya dışarıdan uygulanan lazerin yüksek frekansları için V_{DC} giydirilmiş potansiyel yaklaşık olarak aşağıdaki gibi olur.

$$V_{DC}(x, y, \alpha_0) \cong \frac{w}{2\pi} \int_0^{2\pi/w} V(x + \alpha(t), y) dt.$$
 (5.4)

Elektronun taban durumu enerji [E] değerini ve dalga fonksiyonunu $[\psi(x, y)]$ bulmak için aşağıdaki eşitlik kullanılır.

$$H\psi(x,y) = E\psi(x,y) \tag{5.5}$$

Bu iki boyutlu diferansiyel denklemi sonlu farklar nümerik yöntemi kullanılarak, taban durum enerji özdeğeri ve öz değervektörü bulunur. Bu yapıya katkılanmış yabancı atom katıldığında, elektron ile yabancı atom etkileşmesini içeren Hamiltonyen denklemi aşağıdaki gibidir.

$$H_{imp} = H - \frac{2}{\varepsilon \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + z^2}}$$
(5.6)

Buradaki ε elektronun x, y ekseninde hareket ettiği koordinattaki ortamın dielektrik (perdeleme esnasında gördüğü) sabitidir. Denklemdeki x_i ve y_i ise hidrojenimsi yabancı atomun sistemdeki koordinatıdır. Bu çalışmada x_i ve y_i sisteminmerkezinde alınmıştır. ($x_i = 0$ ve $y_i = 0$). Bu diferansiyel denklemin çözümü için aşağıdaki gibi varyasyonel deneme dalga fonksiyonu kullanılmıştır. Bu dalga fonksiyonu

$$\psi_{imp}(x, y, z) = N_{imp}\psi(x, y)e^{-\frac{\sqrt{(x-x_i)^2 + (x-x_i)^2 + z^2}}{\lambda}}$$
(5.7)

ile verilir. Buradaki N_{imp} . deneme dalga fonksiyonunun normalizasyon sabiti, λ deneme dalga fonksiyonunun varyasyonel parametresidir. Yapının içinde bulunan elektronun yabancı atomlu ortamdaki enerjisi

$$E_{imp} = \left\{ \frac{\left\langle \psi_{imp}(x, y, z) | H_{imp} | \psi_{imp}(x, y, z) \right\rangle}{\left\langle \psi_{imp}(x, y, z) | \psi_{imp}(x, y, z) \right\rangle} \right\}_{\lambda_{minumum}}$$
(5.8)

ile verilir. Yabancı ortamdaki sistemin içinde bulunan bir elektronun yabancı atoma bağlanma enerjisi ise

$$E_{b} = E - E_{imp}$$

$$\cong -\frac{1}{\lambda^{2}} + \frac{2A}{B}$$

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\psi^{2}(x,y) K_{0} (2\sqrt{(x-x_{i})^{2} + (y-y_{i})^{2}}/\lambda \right)) dx dy$$

$$B =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\psi^{2}(x,y) \sqrt{(x-x_{i})^{2} + (y-y_{i})^{2}} K_{1} (2\sqrt{(x-x_{i})^{2} + (y-y_{i})^{2}}/\lambda \right) dx dy$$
(5.9)

ile hesaplanır. Burada sırası ile K_0 ve K_1 sıfırıncı ve birinci dereceden düzeltilmiş Bessel fonksiyonlarıdır.

GaAs/Al_x Ga_{1-x}As üçlü kuantum kuyu tellerinde yarı sabitler göz önüne alındığında, a* \cong 100 Å ve R* \cong 5.83meV, Al konsantrasyonu x=0.3 alındı. Bu değer potansiyel bariyerin yaklaşık V₀=224meV değerlerine karşı gelir. Tüm hesaplamalarda bariyer genişliği 0,5 a*olarak ele alınmıştır.

Şekil 2a' da sistemin merkezine konulmuş $(x_i=0, y_i=0)$ yabancı atoma elektronun bağlanma enerjisinin, tel kalınlığına göre değişimi incelenmiştir. Bu grafikte dışarıdan lazer uygulanmayıp ($\alpha_0=0$), üç farklı elektrik alan değeri uygulanmıştır. (F=0- 20- 40 kV/cm). Bağlanma enerjisi, tel kalınlığı arttıkça hemen, hemen lineer olarak azalmaktadır. Bunun nedeni tel kalınlığı arttıkça elektron daha geniş alana yayılarak merkezdeki yabancı atomdan uzaklaşmasıdır. Uygulanan elektrik alanlar ise bu değişimin eğimini daha da artırmaktadır. Yani elektronun merkezdeki yabancı atoma bağlanma enerjisi elektrik alansız duruma göre daha düşüktür. Bunun nedeni ise, Şekil2 b-c-d-e de görüldüğü üzere, dışarıdan uygulanan doğrultusundaki elektronun artı х elektrik alan, gördüğü potansiyeli değiştirmesindendir. Bu durumda daha önceden merkezdeki telde yoğunlaşan elektron sol taraftaki tele (eksi x doğrultusunda) çekilerek yabancı atomdan uzaklaşmış ve bağlanma enerjisi azalmıştır.

Şekil 3a'da sistemin merkezine konulmuş (xi=0, yi=0) yabancı atoma elektronun bağlanma enerjisinin, tel kalınlığına göre değişimi incelenmiştir. Bu grafikte dısarıdan elektrik alan uygulanmayıp (F=0), beş farklı lazer alan değeri uygulanmıştır (α_0 =0- 0.25-0.50-0.75-1.00 a*). Bağlanma enerjisi, tel kalınlığı arttıkça lineer olarak azalmaktadır. Bunun nedeni dar tellerde elektron merkezdeki yabancı atoma daha yakınken geniş kuyularda daha geniş bölgeye yayılarak yabancı atomdan uzaklasmasıdır. Uygulanan lazer alanlar ise bağlanma enerjisini, elektrik alanın tersine artırmaktadır. Yani elektronun merkezdeki yabancı atoma bağlanma enerjisini lazer alansız duruma göre daha büyük değerlere getirmektedir. Bunun nedeni ise, Şekil3 b-c-d-e de görüldüğü üzere, dışarıdan eksi z doğrultusunda uygulanan ve artı x doğrultusunda polarize olmuş lazer alan, elektronun gördüğü potansiyeli değiştirmesindendir. Bu durumda daha önceden merkezdeki telde yoğunlaşan elektron, merkez civarına yoğunlaşarak, yabancı atoma daha yaklaşması ile bağlanma enerjisini artmıştır. Şekil3a da görüldüğü gibi değişimler iki farklı guruba ayrılmıştır. Lazerin ilk iki değeri için elektronun gördüğü potansiyel üç ayrı tel potansiyelinden oluşurken, lazerin son üç değeri için ikili tel potansiyeline dönüşmektedir.

Şekil 4a'da sistemin merkezine konulmuş ($x_i=0$, $y_i=0$) yabancı atoma elektronun bağlanma enerjisinin, elektrik alan şiddetine göre değişimi incelenmiştir. Bu grafikte dışarıdan lazer uygulanmayıp ($\alpha_0=0$), beş farklı tel kalınlığı (0.50-0.75-1.00-1.25-1.50 a*) seçilmiştir. Tel kalınlığı arttıkça bağlanma enerjisi Şekil4a'da görüldüğü gibi azalmaktadır. Artı x doğrultusunda dışarıdan uygulanan elektrik alan şiddeti arttıkça, bağlanma enerjisi azalmaktadır. Burada elektrik alanın küçük değerleri için (0-7 kV/cm) bağlanma enerjisindeki azalma daha keskin iken, diğer elektrik alan şiddetlerinde bağlanma enerjisindeki azalma daha yavaştır. Bağlanma enerjisindeki bu azalmanın nedeni ise, Şekil4 b-c-d-e de görüldüğü üzere, dışarıdan uygulanan artı x doğrultusundaki elektrik alan, elektronun gördüğü potansiyeli değiştirmesindendir. Bu durumda daha önceden merkezdeki telde yoğunlaşan elektron, sol taraftaki tele (eksi x doğrultusunda) çekilerek yabancı atomdan uzaklaşmış ve bağlanma enerjisi azalmıştır.

Şekil 5.5a'da sistemin merkezine konulmuş (x_i=0, y_i=0) yabancı atoma elektronun bağlanma enerjisinin, elektrik alan şiddetine göre değişimi incelenmiştir.Bu grafikte dışarıdan lazer alan ($\alpha_0 = 0,25 \ a *$) ve üç farklı elektrik alan değeri (F=0-20-40) uygulanmıştır. Bağlanma değeri tel kalınlığı arttıkça azalmıştır. Bunun nedeni tel kalınlığı arttıkça elektron daha geniş alana yayılarak merkezdeki yabancı atomdan uzaklaşmasıdır. 0,25 a* değerinde lazer alan uyguladığımızda bağlanma enerjisi lazer alansız duruma göre çok azda olsa artmıştır. Lazer alan sabit tutulup elektrik alan arttırılınca bağlanma enerjisi azalmaktadır. Bunun nedeni şekil5 b-c-d-e de görüldüğü gibi artı x doğrultusunda uygulanan elektrik alan, elektronun gördüğü potansiyeli değiştirmesidir.

Hesaplamalar sonucunda sabit bir yapının elektronik özelikleri dışarıdan uygulanan lazer ve elektrik alanları ile önemli ölçüde değiştiği gösterilmiştir. Bulunan bu değerler literatürle karşılaştırılarak uyum içinde olduğu gözlemlenmiştir. Dışarıdan uygulanan bu alanlar kaldırıldığında, yapının elektronik özelikleri eski halindeki özeliklerine geri dönmektedir. Böylece dışarıdan uygulanan alanlar ile istenilen elektronik özelikler ayarlanabilen düşük boyutlu yapılar oluşturulabilir.



Şekil 5.2a: Bağlanma enerjisinin, farklı elektrik alan değerler lazer alansız, tel genişliğine göre değişimi.



Şekil 5.2b: Tel kalınlığının 1.25a* değerinde elektrik ve lazer alansız elektronun gördüğü potansiyel profili.



Şekil 5.2c: Tel kalınlığının 1.25a* değerinde elektrik ve lazer alansız elektronun bulunma olasılığı.



Şekil5.2d: Tel kalınlığının 1.25a* olduğu durumda, elektrik alan 40 kV/cm değerinde ve lazer alansız elektronun gördüğü potansiyel profili.



Şekil5.2e: Tel kalınlığının 1.25a* olduğu durumda, elektrik alan 40 kV/cm değerinde ve lazer alansız elektronun bulunma olasılığı.



Şekil5.3a: Bağlanma enerjisinin, farklı lazer alan değerlerinde ve elektrik alansız, tel genişliğine göre değişim



Şekil 5.3b: Tel kalınlığının 1.25a* değerinde elektrik ve lazer alansız elektronun gördüğü potansiyel profili.



Şekil 5.3c: Tel kalınlığının 1.25a* değerinde elektrik ve lazer alansız elektronun bulunma olasılığı.



Şekil 5.3d: Tel kalınlığının 1.25a* olduğu durumda, lazer alanın 1 a* değerinde ve elektrik alansız elektronun gördüğü potansiyel profili.



Şekil 5.3e: Tel kalınlığının 1.25a* olduğu durumda, lazer alanın 1a* değerinde ve elektrik alansız elektronun bulunma olasılığı.



Şekil5.4a: Bağlanma enerjisinin, farklı tel kalınlık değerlerinde ve lazer alansız, elektrik alana göre değişimi.



Şekil 5.4b: Tel kalınlığının 0.50a* değerinde elektrik ve lazer alansız elektronun gördüğü potansiyel profili.



Şekil 5.4c: Tel kalınlığının 0.50a* değerinde elektrik ve lazer alansız elektronun bulunma olasılığı.



Şekil 5.4d: Tel kalınlığının 0.50a* olduğu durumda, lazer alansız ve elektrik alanı 40 kV/cm değerinde elektronun gördüğü potansiyel profili.



Şekil 5.4.e: Tel kalınlığının 0.50a* olduğu durumda, lazer alansız ve elektrik alanı 40 kV/cm değerinde elektronun bulunma olasılığı.



Şekil 5.5a: Bağlanma enerjisinin, farklı elektrik alan değerlerinde ve sabit lazer alan etkisinde, tel genişliğine göre değişimi.



Şekil 5.5b: Tel kalınlığının 1.25a* değerinde lazer alanın 0,25a* değerinde ve elektrik alansız elektronun gördüğü potansiyel profili.



Şekil 5.5c: Tel kalınlığının 1.25a* olduğu durumda, lazer alanın 0,25a* değerinde ve elektrik alansız elektronun bulunma olasılığı.



Şekil 5.5d: Tel kalınlığının 1.25a* değerinde lazer alanın 0,25a* ve elektrik alanın 40kV/cm elektronun değerinde gördüğü potansiyel profili.



Şekil 5.5.e: Tel kalınlığının 1.25a* olduğu durumda, lazer alanın 0,25a* ve elektrik alanın 40kV/cm değerinde elektronun bulunma olasılığı.

KAYNAKLAR

- [1] Bardeen, J., Brattam, W.H., (1948) 'The transistor, a semi-conductortriode' *PhysicalReview* 74: 230.
- [2] Schockley, W., (1949) 'The Theory of p-n Junction in Semiconductors and p-n Junction transistors' BellSystem, *Technical Jaornal* 28: 435.
- [3] Çakır, B., (2007) 'Çok elektronlu kuantum nokta yapıların elektronik özelliklerinin incelenmesi' Doktora tezi, S.Ü Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya
- [4] Elagöz, S.Uslu O., Başer P., (2008) 'Çift parabolik kuşatma altında kuantum sistemi elektronik enerji düzeyleri', *Fen Bilimleri Enstitü Dergisi*, Marmara Ü.,İstanbul.
- [5] **Bilekkaya, A.,** (2008) 'Çoklu kuantum tel ve noktalarının elektronik özellikleri'. Doktora Tezi, T.Ü Fen Bilimleri Enstitüsü, Edirne.
- [6] Masale, M., Constantinou N.C Tilley D.R., (1992) 'Single –electron energy subbands of a hallowcylinder in an axialmagneticfield' *Phys. Rev.B*, 46, 15432.
- [7] Ulaş M., (1997) 'Kuantum tellerinde yabancı atom problem: elektrik alan ve tel geometrisinin etkileri' Doktora lisans tezi T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Edirne
- [8] Aktaş, Ş., (1998) 'Düşük boyutlu GaAs/AlxGa1-xAs sistemlerin elektronik özellikleri' Doktora tezi, T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Edirne
- [9] Ulaş, M., Akbaş H., Tomak M., (1998) 'Shallow donors in a quantum well wire: electric field and geometrical effects', *Tr. J. Of physics*.
- [10] Özkapi, B.,2006 'Hidrojenik olmayan yapıların elektronik özellikleri' Yüksek lisans tezi, T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü. Edirne.
- [11] Bilekkaya, A.,Aktaş Ş, Okan,Ş.E.& Karaca Boz, F. (2008) 'Elektric and Magnetic fiel deffect on the binding energy of a hydrogenic impurity in quantum wel lwire swith different shapes.'Supperlattices and Microstructures, 44 (1),96-105
- [12] Burleanu, L.M.&Radu A. (2011) 'THz laser field effect on the optical properties of cylindrical quantum well wires. *Optics communications*', 284 (7), 2050-2055.
- [13] Nıculescu, E.C.,Burıleanu .,L.M.,Radu,A& Lupaşcu,A. (2011) 'Anisocropic optical absorption in quantum well wires induced by high-frequency laser fields'. *Jaurnal of Luminescience*, 131(6),1113-1120
- [14] **Yavuz, S.,** (2012) 'Kuantum kuyularında lazer etkisi' Yüksek lisans tezi T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü. Edirne
- [15] **Güneri, İ.,**(2013)'GaN/AlGaN Kuantum Kuyularının Elektronik Özellikleri' Yüksek lisans tezi T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü. Edirne.
- [16] **Bekar, B**., (2018) 'Lazer alan etkisinde farlı geometrilere sahip GAAS/AL(GAAS) VE GAN/AL(GAN) kuantum yapılarının elektronik

ve optik ozellikleri'Doktora lisans tezi T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü. Edirne.

- [17] **Boz, F.K**, (2005) 'Düşük Boyutlu yapılarda yabancı atom problemi ve eksitonlar', Doktora Tezi, T.Ü Fen Bilimleri Enstitüsü, Edirne.
- [18] Kılıçoğlu, Ö., (2008) "Kuantum Noktalarının Elektrik ve Manyetik Alan Altında Elektronik Özellikleri" Yüksek lisans tezi T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü. Edirne.
- [19] Niculescu E.C., Burileanu L.M., Radu A., (2008) 'Density of impurity states of shallow donors in quantum well under intense laser field., *Supperlattices and microstructures*,.
- [20] **Karaoğlu, B.**, (1994) "Kuantum Mekeniğine Giriş", Bilgitek yayıncılık, İstanbul.
- [21] Köksal, F, (1992), "Fenciler İçin Kuantum Kimyası", 173, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.
- [22] **Saften, Y**.,(2007) "Kuantum Noktalarının Sonlu Farklar Yöntemi İle Çözümü" Yüksek lisans tezi T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü. Edirne.



ÖZGEÇMİŞ

Ac	l Soyad	:Havva UYAR
Do	oğum Yeri ve Tarihi	: KIRKLARELİ/1982
E-	Posta	:havvaylmz1982@hotmail.com
ÖĞRENİM DURUMU:		
•	Lisans	: 2004, Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim
		Fakültesi, Fen Bilgisi Öğretmenliği Bölümü
•	Yükseklisans	: 2020, KırklareliÜniversitesi, Fizik Anabilim Dalı, Fizik
		Programı

TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:

• Ulaş, M., Uyar, H., 2020. Üçlü Kuantum Telinde Elektrik Alan ve Lazer Alanları Elektronik Özelliklere Etkisi, *Kırklareli Üniveritesi Mühendislik ve Fen Bilimleri Dergisi Cilt 6 sayı 1 Haziran 2020.*